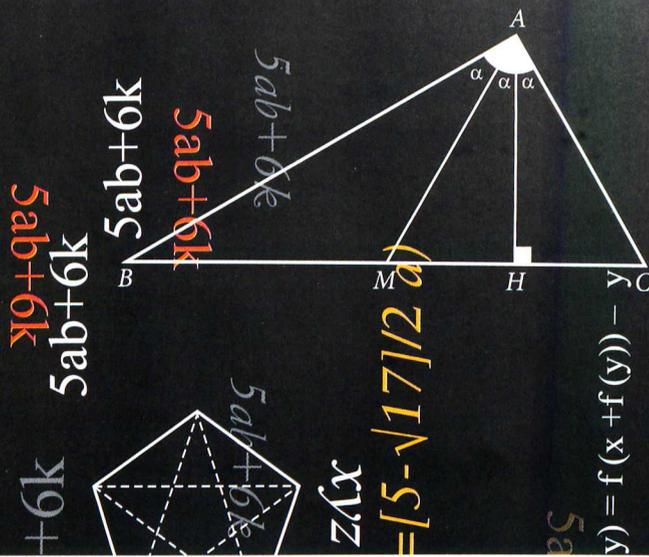


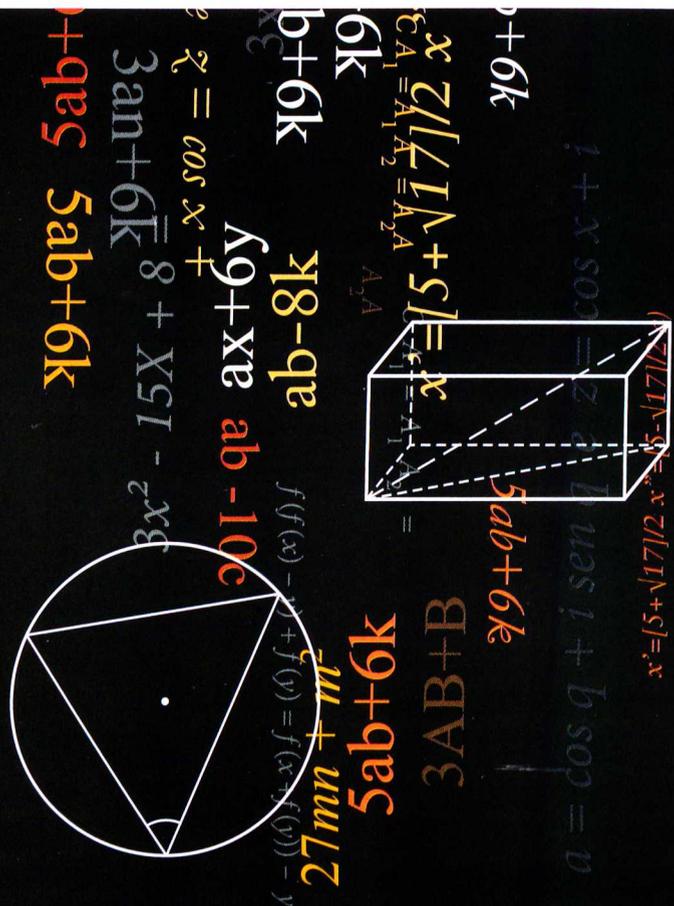
seção



RESPONSÁVEIS

EDUARDO TENGAN E ÉLVIA MUREB SALLUM  
 ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM – PROBLEMAS  
 IME/USP – CIDADE UNIVERSITÁRIA  
 RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105  
 05508-090 – SÃO PAULO, SP

# PROBLEMAS



As soluções dos problemas 366 a 370 serão corrigidas apenas se enviadas até 20 de novembro de 2014.

## 366

Dada uma pirâmide triangular, traçar uma seção plana de modo que ela seja um losango. Determinar o lado do losango em termos das arestas da pirâmide.

## 367

Um conjunto finito  $S$  de números naturais é chamado *egoísta* se o seu tamanho pertence a  $S$ . Por exemplo,  $S = \{2, 3\}$  é egoísta pois seu tamanho é 2 e 2 pertence a  $S$ . Qual a quantidade total de subconjuntos egoístas do conjunto

$\{1, 2, 3, \dots, 2013, 2014\}$ ?



### 368

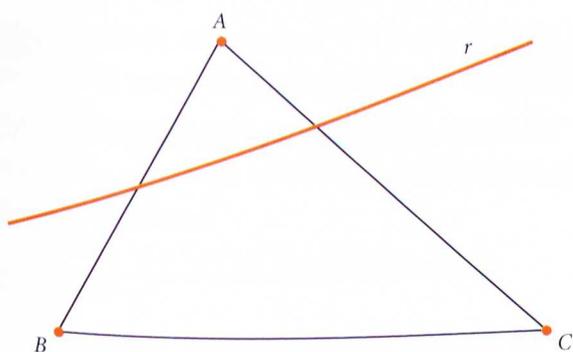
Mostre que

$$1^{10} + 2^{10} + 3^{10} + 4^{10} + \dots + 100^{10}$$

é divisível por 101.

### 369

Dados um triângulo  $ABC$  e uma reta  $r$ , como na figura, construir, com régua e compasso, um triângulo com um vértice em  $A$  e os outros dois vértices na reta  $r$ , com mesma área do triângulo  $ABC$ .



### 370

No plano cartesiano, pintamos de azul todos os pontos da forma  $(3x + 2y, 5x - y)$  com  $x$  e  $y$  números inteiros. Os demais pontos são pintados de vermelho. Escolhendo-se aleatoriamente um ponto  $(a, b)$ , com coordenadas inteiras, qual é a probabilidade de que ele seja azul?

## SOLUÇÕES DOS PROBLEMAS PROPOSTOS NA RPM 82

### 356

Para todo natural  $n \geq 3$ , prove que existe no plano um conjunto de  $n$  pontos tais que

- a) a distância entre dois desses pontos é irracional.
- b) cada conjunto de três desses pontos determina um triângulo não degenerado de área racional.

(Continua na página seguinte)

## PROBLEMINHAS

1

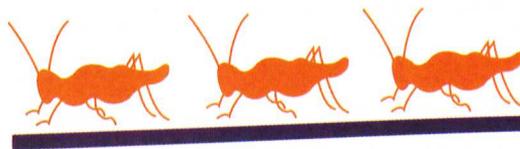
Retire 10 dígitos do número

**1234512345123451234512345**

de modo que o número remanescente seja o maior possível.

2

Gafanhotos estão brincando de pular ao longo de uma rota. Em cada vez, um gafanhoto pode pular sobre um outro gafanhoto, mas não sobre dois outros gafanhotos. Os gafanhotos podem voltar às suas posições relativas depois de 1991 pulos?



3

Distribua 127 moedas de 1 real entre sete porta-moedas de modo que qualquer soma inteira de 1 até 127 reais possa ser paga sem abrir os porta-moedas.



Respostas na p. 53.

(Tirados do livro *Círculos matemáticos – A experiência russa*, IMPA, 2012.)

